

Berechnung von PolynomenAufgabe:

f sei eine Polynomfunktion 3. Grades. G_f verläuft durch $P(1/4)$. $W(3/6)$ ist Wendepunkt des Graphen. Die Tangente am Kurvenpunkt mit der Abszisse 4 verläuft waagrecht. Bestimme den Funktionsterm.

Diskussion:1. Allgemeine Funktionsgleichungen

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^3 + bx^2 + cx + d && \text{allgemeiner Funktionsterm} \\ f'(x) &= 3ax^2 + 2bx + c && \text{1. Ableitung} \\ f''(x) &= 6ax + 2b && \text{2. Ableitung} \end{aligned}$$

2. Umsetzen der Bedingungen - Aufstellung des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} f(1) &= 1a + 1b + 1c + d = a + b + c + d = 4 \\ f(3) &= 27a + 9b + 3c + d = 6 \\ f'(4) &= 48a + 8b + c = 0 \\ f''(3) &= 18a + 2b = 0 \end{aligned} \qquad a = 1 \quad b = -9 \quad c = 24 \quad d = -12$$

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad a + b + c + d &= 4 \\ \text{II.} \quad 27a + 9b + 3c + d &= 6 \\ \text{III.} \quad 48a + 8b + c &= 0 \\ \text{IV.} \quad 18a + 2b &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{II} - \text{I:} \quad 26a + 8b + 2c = 2 \quad /:2$$

$$\text{V.} \quad 13a + 4b + c = 1$$

$$\text{III} - \text{V:} \quad 35a + 4b = -1$$

$$\text{VI.} \quad 35a + 4b = -1$$

3. Lösen des Gleichungssystems

Auflösen von IV nach b: $b = -9a$

$$\text{Einsetzen von b in VI:} \quad 35a + 4(-9a) = -1$$

$$\Leftrightarrow 35a - 36a = -1$$

$$\Leftrightarrow a = 1$$

$$\Leftrightarrow b = -9 \quad , \text{ da } b = -9a$$

$$\text{Einsetzen von a, b in V:} \quad 13 - 36 + c = 1$$

$$\Leftrightarrow c = 24$$

$$\text{Einsetzen von a, b, c in I:} \quad 1 - 9 + 24 + d = 4$$

$$\Leftrightarrow d = -12$$

$$\text{Funktionsterm: } f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 12$$

4. Überprüfung der Bedingungen hier nicht notwendig