

Titel: Synthetische Division
Note: 15 NP (entspricht einer 1)
Autor: Hannes Schuler
email: HaSchuler@gmx.de

Synthetische Division

Herleitung

Beispiel: $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + x - 4$; $x=2$

$$f(2) = 4(2^3) - 3(2^2) + (2) - 4$$

$$f(2) = 32 - 12 = 2 - 4$$

$$f(2) = 18$$

nur Multiplikation und Addition sollen verwendet werden:

$$4x^3 - 3x^2 + x - 4$$

$$x(4x^2 - 3x + 1) - 4$$

$$x(x(4x - 3) + 1) - 4$$

Von der innersten zur äußersten Klammer $x=2$ einsetzen:

$$x(x(4(2) - 3) + 1) - 4$$

$$x(x(5) + 1) - 4$$

$$x(2(5) + 1) - 4$$

$$x(11) - 4$$

$$2(11) - 4$$

$$18$$

Kurzform:

$$\begin{array}{r} \underline{2} \mid \quad 4 \quad -3 \quad 1 \quad -4 \\ \quad \quad \quad \quad 8 \quad 10 \quad 22 \\ \hline \quad \quad 4 \quad 5 \quad 11 \quad 18 \end{array}$$

Die Zahl 18 ist 1.) der Wert von $f(x)$ für $x=2$, also $f(2)$
2.) der bei einer Polynomdivision von $f(x)$ mit $(x-2)$ entstehende Rest.

Titel: Synthetische Division
 Note: 15 NP (entspricht einer 1)
 Autor: Hannes Schuler
 email: HaSchuler@gmx.de

Synthetische Division

Anwendung

Fragestellung: Welchen Wert hat $f(x)$ für $x = x_0$?

Beispiel: $f(x) = 4x^4 + 5x^3 - 2x^2 - x + 6$ für $x = 2$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 2 & 4 & 5 & -2 & -1 & 6 \\
 & & 8 & 26 & 48 & 94 \\
 \hline
 & 4 & 13 & 24 & 47 & 100
 \end{array}$$

Ergebnis: $f(2) = 100$

Fragestellung: Ist x_0 die Lösung für $f(x) = 0$?

Beispiel: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$; $x = 1$ Lösung ?

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & -6 & 11 & -6 \\
 & & 1 & -5 & 6 \\
 \hline
 & 1 & -5 & 6 & 0
 \end{array}$$

Neue Gleichung (quadratisch):
 $x^2 - 5x + 6 = 0$

Lösung mit Mitternachtsformel: $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} \Rightarrow x_1 = 3; x_2 = 2$

Ist das Ergebnis 0, so ist x_0 die Lösung für $f(x) = 0$. Bei jedem anderen Ergebnis wäre die Zahl keine Lösung. Ist x_0 eine Lösung, so ergibt sich eine neue Gleichung, deren höchste Potenz um eins niedriger ist als bei der Ursprungsgleichung.



Wenn eine Potenz ausgelassen wird, so muss dies in dieser Notation durch eine 0 gekennzeichnet werden! Beispiel: $x^3 - x + 1 = 0$ ist dann

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 x_0 & 1 & 0 & -1 & 1
 \end{array}$$

Titel: Synthetische Division
Note: 15 NP (entspricht einer 1)
Autor: Hannes Schuler
email: HaSchuler@gmx.de

©Hannes Schuler